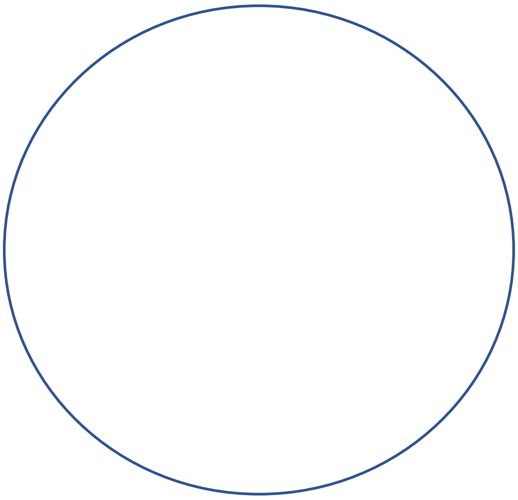
Aula 3 e 4 Relação entre Arcos, Ângulos e Cordas

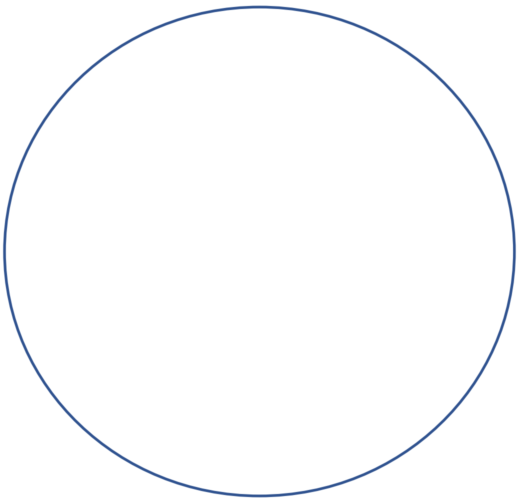
1.

Cordas e arcos compreendidos entre retas paralelas



2.

Reta que passa pelo centro de uma circunferência e é perpendicular a uma corda



Exercícios da pag 75

RETAS E CIRCUNFERÊNCIA

1 Quantos pontos de interseção podem existir entre uma reta e uma circunferência?

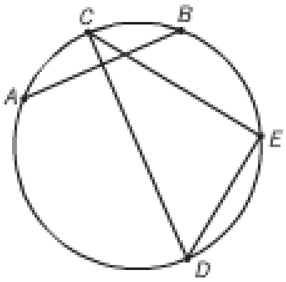
2 Da figura à direita, sabe-se que:

- [*AB*] é uma corda da circunferência;
- *CD* é a mediatriz da corda [*AB*];
- o ponto *E* está na circunferência.

2.1 Indica um eixo de simetria da circunferência.

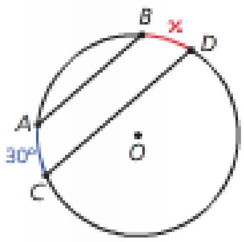
2.2 Qual é a posição relativa das cordas [*AB*] e [*CD*]?

2.3 Qual é a relação entre os arcos *CA* e *CB*?

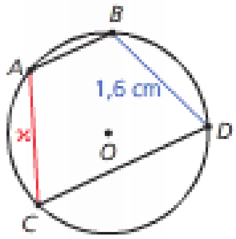


3 Sabendo que a corda [*AB*] é paralela à corda [*CD*], descobre o valor de *x* em cada uma das figuras. Justifica as tuas respostas.

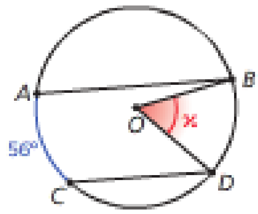
a)



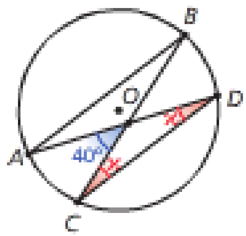
b)



c)



d)

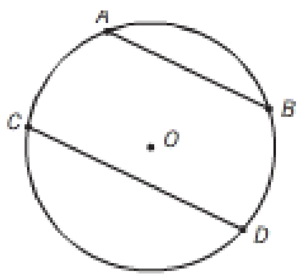


4 Na figura ao lado está representada uma circunferência de centro *O* e duas cordas [*AB*] e [*CD*] paralelas. Traça a reta *r* perpendicular a *AB* e que passa em *O*. Justifica que:

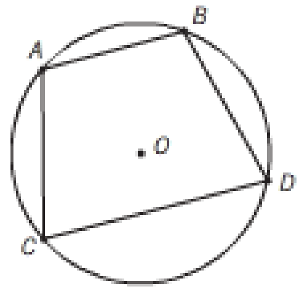
4.1 a reta *r* é a mediatriz de [*AB*] e de [*CD*];

4.2 a corda [*AC*] é igual à corda [*BD*];

4.3 os arcos *AC* e *BD* são iguais.



5 Na figura seguinte está representado um trapézio inscrito numa circunferência de centro *O*.



5.1 Justifica que:

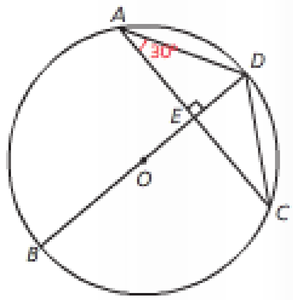
a) O trapézio é isósceles;

b) o arco *BD* é igual ao arco *AC*.

5.2 Representa o eixo de simetria do trapézio.

Aplicar

6 Na figura está representada uma circunferência de centro *O*, em que:



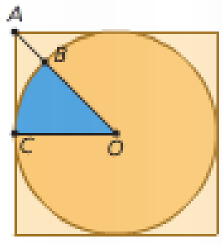
- *A*, *B*, *C* e *D* são pontos da circunferência;
- o segmento de reta [*BD*] é um diâmetro;
- *E* é o ponto de interseção das retas *BD* e *AC*;
- o triângulo [*ADE*] é retângulo em *E*;
- $C\widehat{A}D = 30°$

Sem efetuares medições, explica por que razão a seguinte afirmação é verdadeira:

«Os triângulos [*ADE*] e [*CDE*] são iguais.»

Adaptado do Exame Nacional do 3.º Ciclo, 2007, 1.ª chamada

7 Uma empresa produz uma embalagem cúbica, com volume igual a 216 cm^3, para colocar bolachas redondas. Os lados da base do cubo são tangentes à bolacha, conforme é ilustrado na figura.



7.1 Calcula o valor exato e um valor arredondado às centésimas do comprimento do segmento de reta [*AB*].

7.2 Sabendo que C é um ponto de tangência, determina a área do setor circular azul. Arredonda o resultado para 2 c. d.

8 Na figura considera a circunferência de centro em O e que passa por A, os diâmetros $[AE]$ e $[CF]$ e o segmento $[AD]$ de comprimento 2.

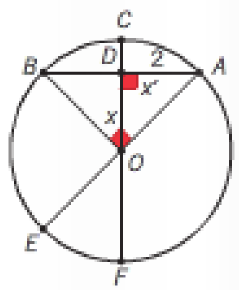
8.1 Mostra que o raio da circunferência tem comprimento $2\sqrt{2}$.

8.2 Indica, justificando, qual é a amplitude do arco:

8.2.1 AB

8.2.2 AC

8.2.3 EF



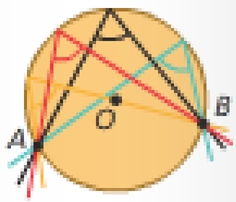
Propriedades dos ângulos inscritos

- **Ângulos inscritos no mesmo arco**

Observa a figura A. Todos os ângulos inscritos têm o arco AB compreendido entre os seus lados e, portanto, estão inscritos no mesmo arco.

Então, a amplitude de qualquer desses ângulos inscritos é $\frac{\overset{\frown}{AB}}{2}$.

A



Ângulos inscritos no mesmo arco de circunferência têm a mesma amplitude.

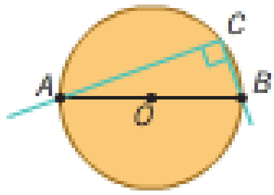
- **Ângulos inscritos numa semicircunferência**

Observa a figura B.

O ângulo ACB está inscrito na semicircunferência ACB e o arco ADB é o arco compreendido entre os seus lados, que também é uma semicircunferência.

Assim, $A\hat{C}B = \frac{\overset{\frown}{ADB}}{2} = \frac{180°}{2} = 90°$.

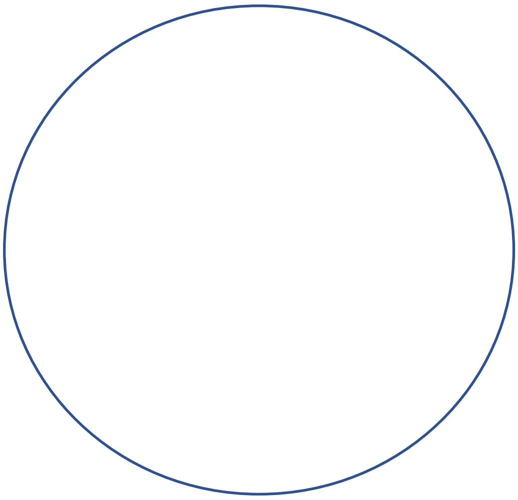
B



Um ângulo inscrito numa semicircunferência é reto.

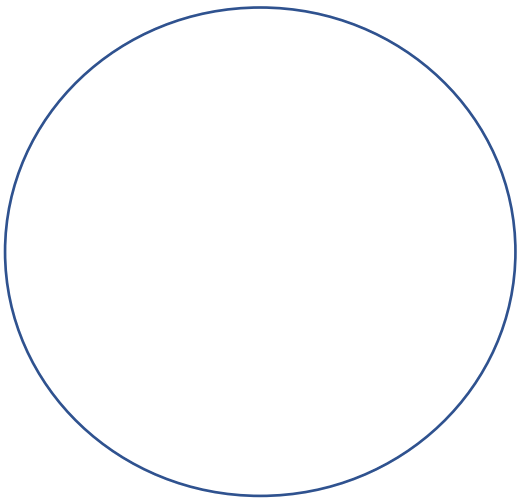
Ângulos excêntricos

1. Ângulo de um segmento



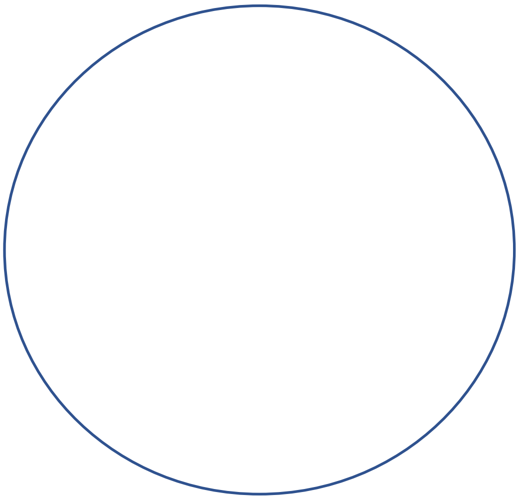
A **amplitude do ângulo do segmento é igual a metade da amplitude do arco** compreendido entre os seus lados.

2. Ângulo ex-inscrito



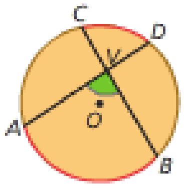
A **amplitude de um ângulo ex-inscrito é igual à semissoma das amplitudes dos arcos** correspondentes às cordas que as retas suporte dos lados contêm.

3. Ângulo convexo de vértice no interior de um círculo

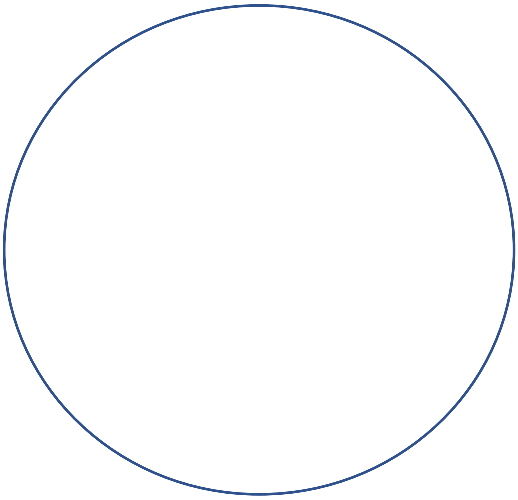


A **amplitude de um ângulo convexo de vértice no interior de um círculo** é igual à semissoma das amplitudes dos arcos compreendidos entre os lados do ângulo e os lados do ângulo verticalmente oposto:

$$A\hat{V}B = \frac{\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD}}{2}$$

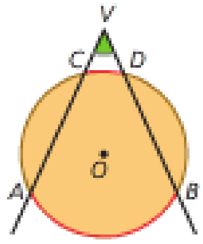


4. Ângulo convexo de vértice no exterior de um círculo



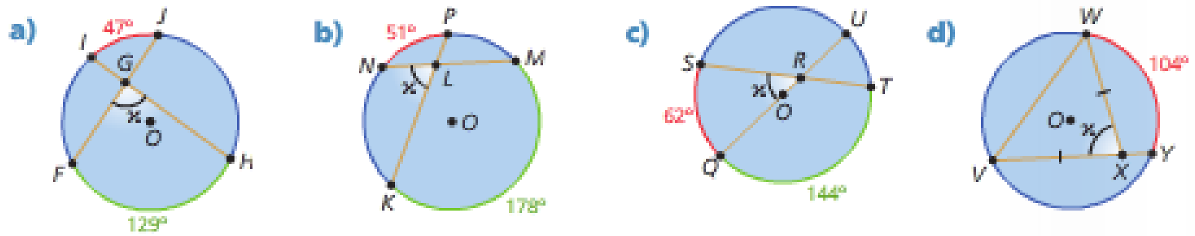
A amplitude de um ângulo de vértice exterior a um círculo e cujos lados o intersetam é igual à semidiferença entre a maior e a menor das amplitudes dos arcos compreendidos entre os respetivos lados:

$$A\hat{V}B = \frac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{CD}}{2}$$

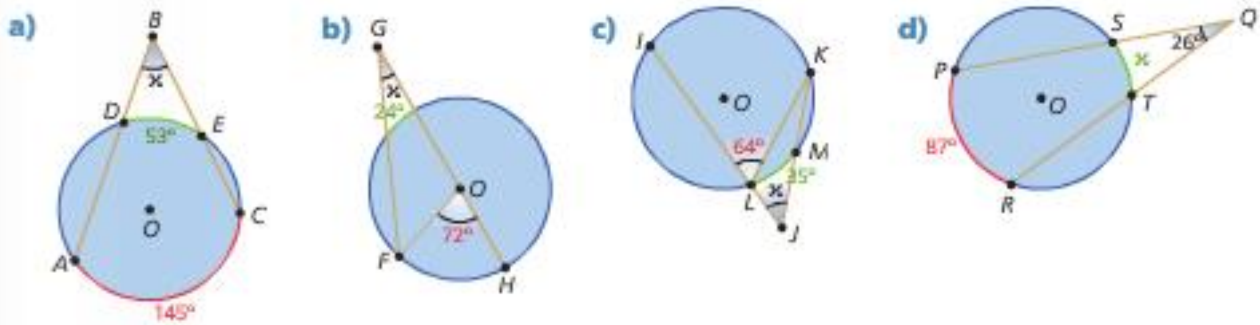


Exercícios pag 82

3 Para cada figura, descobre o valor de x.



5 Para cada figura, descobre o valor de x.



Tarefa

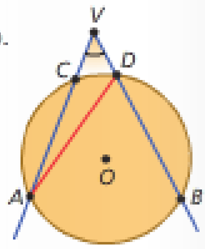
4 Observa a circunferência de centro O e o ângulo AVB de vértice no exterior do círculo. Justifica as igualdades seguintes.

a) $A\hat{D}B = \dfrac{\overset{\frown}{AB}}{2}$

b) $A\hat{D}V = 180° - \dfrac{\overset{\frown}{AB}}{2}$

c) $V\hat{A}D = \dfrac{\overset{\frown}{CD}}{2}$

d) $A\hat{V}B = \dfrac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{CD}}{2}$

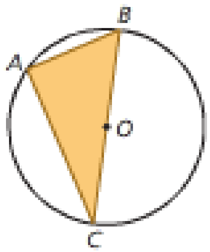


Aplicar

6 À direita, encontra-se um triângulo inscrito numa circunferência de centro O, tal que $[BC]$ é um diâmetro da circunferência e $\overset{\frown}{AC} = 2\,\overset{\frown}{AB}$.

6.1 Prova que o triângulo $[ABC]$ é retângulo.

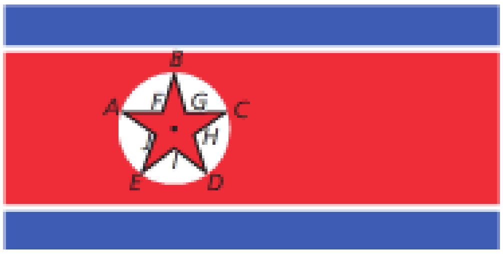
6.2 Calcula a amplitude dos ângulos ABC e BCA.



7 Na bandeira da Coreia do Norte encontra-se uma estrela de cinco pontas inscrita numa circunferência.

Calcula a amplitude dos ângulos EBD e BGC.

Mostra como chegaste à tua resposta.



8 Para iluminar um tapete circular com 1,5 m de raio, colocou-se um projetor (V), como mostra a figura.

Sabe-se que:

- $A\hat{V}B = 50°$
- $\overset{\frown}{CD} = 19°$

Calcula o comprimento, em metros, do arco de circunferência AB que fica iluminado pelo projetor.

Arredonda o resultado às centésimas.