Equações do 2º grau

Tarefa 2 – Dedução da fórmula resolvente

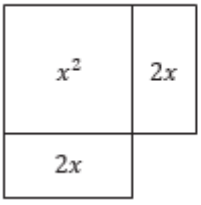
Método geométrico

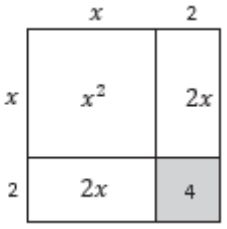
Antes de existir a «fórmula resolvente», as equações do 2.º grau eram representadas e resolvidas geometricamente. Quem mais se destacou no estudo dessas equações foi o matemático árabe al-Khwarizmi (c. 780-c. 850), através de um método conhecido por «completar o quadrado».

Considera a equação seguinte:

$$x^2 + 4x = 96.$$

O método geométrico consiste em representar o primeiro membro da equação $x^2 + 4x$, como uma figura composta por um quadrado de área x^2 e dois retângulos, cada um de área $2x$ (de modo a fazer $4x$).





Adicionando um quadrado de área 4 no canto inferior direito, «completa-se o quadrado», ou seja, obtém-se um quadrado maior cuja área é $x^2 + 4x + 4$.

Voltando agora à equação inicial, queremos que $x^2 + 4x$ seja igual a 96, ou seja:

$$A_{\text{QUADRADO MAIOR}} = x^2 + 4x + 4 = 96 + 4 = 100$$

Por outro lado, observando o quadrado maior, vê-se que o seu lado mede $x + 2$, logo:

$$A_{\text{QUADRADO MAIOR}} = \ell^2 = (x + 2)^2.$$

Das duas expressões da área do quadrado maior, obtém-se:

$$(x + 2)^2 = 100$$

de onde resultam duas possibilidades:

$$x + 2 = \pm\sqrt{100} \Leftrightarrow x + 2 = 10 \vee x + 2 = -10$$

Obtêm-se, assim, as duas soluções da equação: $x = 8$ ou $x = -12$.

NOTA:

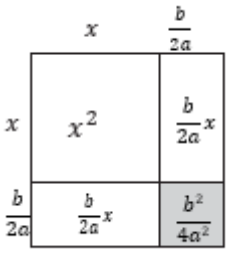
Do ponto de vista geométrico, x representa uma medida positiva, logo, não poderia ser -12.

---

1. Utilizando o método geométrico, resolve a equação $x^2 + 6x = 16$.

2. No caso geral da equação do 2.º grau $ax^2 + bx + c = 0$, começa-se por dividir ambos os membros por

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$



Utilizando o método geométrico, deduz a fórmula resolvente $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$